

10. Übung

Besprechung: 9.1.06

Aktuelle Informationen und pdf-Files der Übungen auch unter

http://theorie3.physik.uni-erlangen.de/lectures/ws2005_2006/griesshammer/EDkompakt.html.

Neu: Unverbindliche Lösungsvorschläge zu den Tutorien online, die ein Student in Eigenregie erstellt hat mit dem Vorschlag, sie Allgemein zugänglich zu machen. Die Anmerkungen sind zwar vom Dozenten im Detail nicht auf Fehler und Ungenauigkeiten gegengelesen, aber spiegeln sicher das wider, was in den Tutorien besprochen wurde. Herzlichen Dank für das Engagement!

1. EINDEUTIGKEIT DER ELEKTRODYNAMIK: Nur zwei eichinvariante Lagrangedichten, die höchstens quadratisch in Ableitungen und Eichfeldern sind, lassen sich aus den Feldstärketensoren der Elektrodynamik bilden (bis auf Multiplikation mit dimensionslosen Konstanten): $-\frac{1}{16\pi c} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$, oder

$$-\frac{1}{4c} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\mu\nu} F^{\rho\sigma} \quad ,$$

wobei $\epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$ der in der Vorlesung erwähnte total antisymmetrische Einheitstensor 4. Stufe ist.

Zeigen Sie, daß sich dieser Term als totale Divergenz eines Vierervektors schreiben läßt. Ist er also klassisch mit den experimentellen Tatsachen vereinbar?

Hinweis: Stellen Sie die modifizierten Maxwellgleichungen auf, falls Sie das nicht sofort sehen.

2. NICHT-EICHINVARIANTE ELEKTRODYNAMIKEN: Eine alternative Lagrange-Dichte des elektromagnetischen Feldes, gekoppelt an Materie, ist

$$-\frac{1}{8\pi c} (\partial_\mu A_\nu) (\partial^\mu A^\nu) - \frac{1}{c} A_\mu j^\mu \quad .$$

Zeigen Sie, daß diese Lagrangefunktion nicht eichinvariant ist. Unter welcher Bedingung stimmen die Bewegungsgleichungen dieser Theorie trotzdem mit den Maxwell'schen überein?

3. MASSIVE PHOTONEN TROTZ STROMERHALTUNG: Das Photon bekommt eine Masse m_γ , wenn man zur Maxwell'schen Lagrangedichte den offensichtlich (?) nicht eichinvarianten Term addiert:

$$+\frac{m_\gamma^2}{8\pi} A_\mu A^\mu \quad ,$$

a) Wie lauten nun die modifizierten Maxwell-Gleichungen (die jetzt Proca-Gleichungen lauten)? Welche Bedingung an das Eichfeld garantiert Stromerhaltung?

b) Zeigen Sie, daß die "Elektrostatik" dieser Theorie durch die Gleichung

$$\left[\vec{\nabla}^2 - m_\gamma^2 \right] \Phi = 4\pi \rho$$

bestimmt ist, und daß diese statt durch das Coulomb-Potential durch das Yukawa-Potential einer Punktladung gelöst wird:

$$\Phi(\vec{r}) = q \frac{e^{-m_\gamma r}}{r}$$

Fröhliche Weihnachten und eine ruhige Zeit zwischen den Jahren!