

# 13. Übung

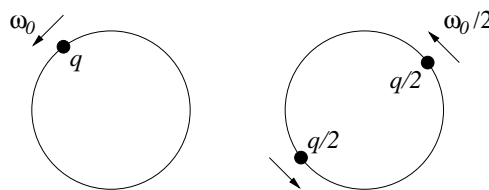
Besprechung: 30.1.06

Aktuelle Informationen und pdf-Files der Übungen auch unter

[http://theorie3.physik.uni-erlangen.de/lectures/ws2005\\_2006/griesshammer/EDkompakt.html](http://theorie3.physik.uni-erlangen.de/lectures/ws2005_2006/griesshammer/EDkompakt.html).

1. ATOMARE DIPOL- UND QUADRUPOLE STRAHLUNG, TEIL I: Elektrische Quadrupolstrahlung in Atomen ist erheblich schwächer als elektrische Dipolstrahlung und kann deswegen im Allgemeinen vernachlässigt werden – außer natürlich, elektrische Dipolstrahlung ist aus irgendwelchen Gründen verboten. Im Folgenden dazu ein klassisches Analogon.

Punkt Ladungen bewegen sich in der  $xy$ -Ebene auf Kreisbahnen vom Radius  $l$  im mathematisch positiven Sinn mit konstanter, nicht-relativistischer Winkelgeschwindigkeit um einen ruhenden Atomkern. Das gesamte Atom ist elektrisch neutral. Der elektrische Dipol wird durch eine mit Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0$  rotierende Punktladung  $q$  beschrieben, der Quadrupol durch zwei mit Winkelgeschwindigkeit  $\omega_0/2$  rotierende Punktladungen  $q/2$ , die sich stets gegenüberliegen, siehe Abbildung. Wir beschäftigen uns ausschließlich mit der Strahlung in der Fernzone. Im Folgenden betrachten wir alle Größen nur in niedrigster, nicht-verschwindender Multipolnäherung.



Zum Einüben lösen wir zunächst den *Dipol*, nächstesmal als Kür den Quadrupol. Alle Aufgaben beziehen sich also zunächst ausschließlich auf die *linke* Anordnung.

**Hinweis:** Sie können natürlich einfach Formeln in Lehrbüchern nachkauen. Oder Sie nutzen die Gelegenheit, sich von der Wellengleichung startend die Lösung der Aufgabe Schritt für Schritt herzuleiten und dadurch die Strahlungstheorie an diesem einfachen Beispiel zu verstehen. Die Teilaufgaben b), d) und f) verlangen keine Rechnungen.

- a) Berechnen Sie das zeitabhängige kartesische Dipol- und Quadrupolmoment.

**Hinweis:** Demnach ist die Quadrupolstrahlung der einzelnen Punktladung vernachlässigbar.

- b) Wie groß ist die Frequenz (oder Wellenlänge) der emittierten Strahlung?

- c) Berechnen Sie das retardierte Vektorpotential  $\vec{A}_{\text{ret}}$  in der Fernzone. Eine mögliche Antwort:

$$\vec{A}^{(E1)}(\vec{r}, \omega) = \frac{e^{ikr}}{r} \frac{\omega_0}{c} lq (\vec{e}_y - i\vec{e}_x)$$

- d) Ist das retardierte, skalare Potential  $\Phi_{\text{ret}}$  eine unabhängige Größe? Ist dessen Kenntnis zur Bestimmung der elektrischen und magnetischen Felder der Strahlung notwendig?

- e) Berechnen Sie das *zeitabhängige* elektrische und magnetische Feld in der Fernzone. Eine mögliche Antwort:

$$\vec{E}^{(E1)}(r, \theta, \phi; t) = \frac{lq\omega_0^2}{c^2} \frac{1}{r} \text{Re}[\exp[i(kr + \phi - \omega_0 t)]] (\vec{e}_\theta \cos \theta + i\vec{e}_\phi)$$

- f) Diskutieren Sie die Polarisation der Strahlung in Abhängigkeit von der Position des Beobachters. Besonders interessant sind die Polarwinkel  $\theta = 0, \frac{\pi}{2}, \pi$ .

- g) Zeigen Sie, daß die zeitgemittelt in ein Raumwinkelement ausgestrahlte Leistung sich zu

$$\frac{dP^{(E1)}}{d\Omega} = \frac{q^2 l^2 \omega_0^4}{8\pi c^3} (\cos^2 \vartheta + 1)$$

berechnet. Diskutieren Sie die Strahlungscharakteristik dieser Dipolstrahlung auch bezüglich der Unterschiede zum in der Vorlesung besprochenen Hertz'schen (Stab-)Dipol.